

Моделирование динамического взаимодействия токоприемников и контактной подвески с использованием метода конечных элементов

Кудряшов Е. В.

ЗАО «Универсал – контактные сети», Санкт-Петербург, Россия

Григорьев Б. С., Викторов Е. Д., Головин О. А.

СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия

Математическое моделирование взаимодействия токоприемников и контактной подвески является эффективным инструментом для разработки и совершенствования этих систем, так как позволяет изучать влияние их конструктивных особенностей на качество токосъема без проведения дорогостоящих натурных экспериментов. В настоящее время динамические модели широко применяются разработчиками контактной сети в ведущих странах мира. Наиболее известными являются немецкие модели SICAT DYNAMIC (разработка фирмы SIEMENS) [1], PrOSA/SIMPACK [2], французская модель OSCAR [3] и др. В России модели взаимодействия токоприемника и контактной подвески на протяжении ряда лет разрабатывались в Уральском государственном университете путей сообщения (УрГУПС) [4] и некоторых других научных центрах.

Создание адекватных моделей взаимодействия токоприемников и контактной подвески при высокой степени детализации этих систем является сложной задачей. Как правило, такие математические модели и построенные на их основе компьютерные программы являются know-how фирм-разработчиков и не доступны для широкого применения.

Компанией «Универсал – контактные сети» (УКС) совместно с кафедрой «Прикладная математика» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ) разработана собственная математическая модель динамического взаимодействия токоприемников и контактной подвески с использованием метода конечных элементов (МКЭ).

Новая динамическая модель является развитием разработанной ранее статической пространственной конечноэлементной модели контактной подвески, предложенной в работе [5]. Перечислим кратко ее характерные особенности.

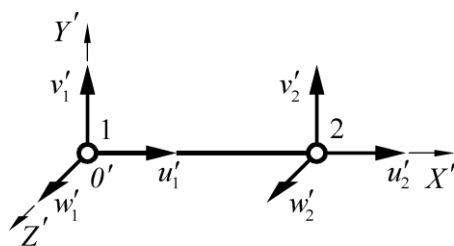


Рис. 1. Конечный элемент растяжимой гибкой нити

В качестве конечных элементов для моделирования проводов контактной подвески использованы пространственные элементы предварительно натянутой растяжимой гибкой нити (рис. 1). Каждый узел такого элемента имеет три степени свободы: продольное перемещение u' , вертикальное перемеще-

ние v' и горизонтальное перемещение w' . На рис. 1 показана локальная нумерация узлов и положительные направления перемещений в локальной системе координат $O'X'Y'Z'$, связанной с элементом.

Вектор узловых перемещений для конечного элемента имеет вид

$$U' = u'_1 \quad v'_1 \quad w'_1 \quad u'_2 \quad v'_2 \quad w'_2{}^T.$$

С учетом линейной аппроксимации перемещений в пределах элемента матрица жесткости элемента в локальной системе координат имеет вид

$$R' = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} ES & 0 & 0 & -ES & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 & 0 & -H & 0 \\ 0 & 0 & H & 0 & 0 & -H \\ -ES & 0 & 0 & ES & 0 & 0 \\ 0 & -H & 0 & 0 & H & 0 \\ 0 & 0 & -H & 0 & 0 & H \end{bmatrix},$$

где E – модуль упругости, S – площадь поперечного сечения провода, H – натяжение, L – длина конечного элемента.

Стандартный процесс сборки матриц жесткости и правых частей отдельных элементов приводит к системе уравнений вида $\mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}$, где \mathbf{R} , \mathbf{U} , \mathbf{F} – соответственно глобальная матрица жесткости, вектор узловых перемещений и сил. В отличие от обычной линейной задачи определения перемещений, в данном статическом расчете определяются изменения натяжения проводов и их положения в пространстве после деформации. Для этого матрица \mathbf{R} несколько раз пересчитывается с учетом достигнутых перемещений в процессе итераций и поэтапного приложения внешней нагрузки. Решение задачи статики в нелинейной постановке позволяет учесть влияние на изменение натяжения проводов реакций поворотных консолей и фиксаторов, упругого растяжения проводов, возможного перекоса струн и других факторов.

Другой особенностью статического расчета был учет эффекта возможной разгрузки струн. Так как струны работают только на растяжение, при сжатии матрица жесткости соответствующей струны исключалась из глобальной матрицы.

В результате моделирования определялись координаты контактной подвески в положении статического равновесия.

На рис. 2 на примере упрощенного анкерного участка показано начальное (ненагруженное) состояние модели контактной подвески и ее нагруженное состояние статического равновесия, рассчитанное по методу конечных элементов.

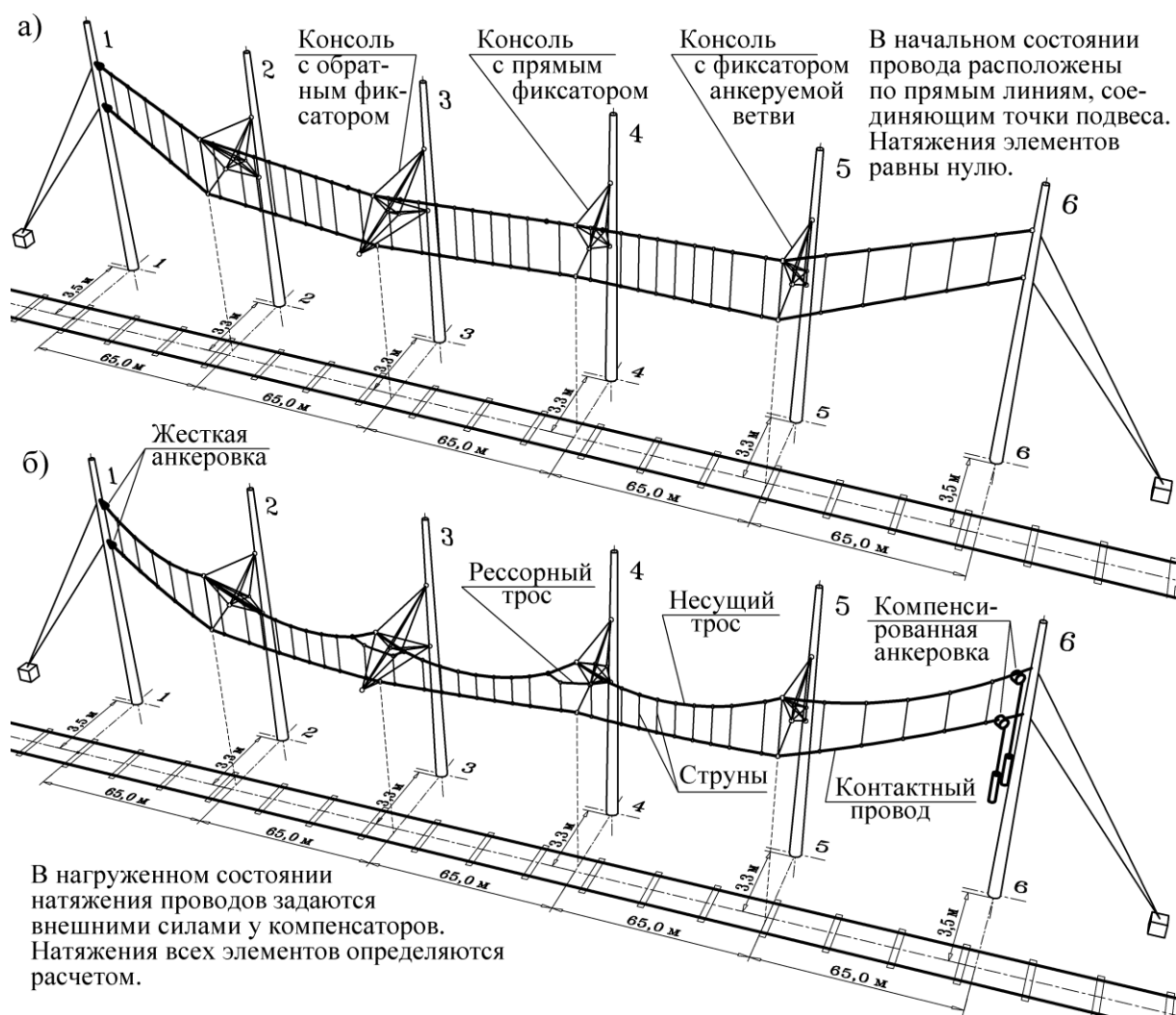


Рис. 2. Модель контактной подвески:
 а) – начальное (ненагруженное) состояние, б) – состояние при нагружении

Для расчета динамики подвески использовалось волновое уравнение, которое после конечноэлементной дискретизации по пространственной переменной принимает вид

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{U}}{dt^2} + \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{F}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{U} – вектор перемещений подвески в узлах конечноэлементной сетки, \mathbf{M} – матрица масс, \mathbf{R} – матрица жесткости (полученная в результате решения статической задачи), \mathbf{F} – вектор внешних нагрузок. Перемещения \mathbf{U} полагаются малыми и отсчитываются от равновесного статического положения. Уравнение (1) необходимо дополнить начальными условиями, задав смещение и скорость в узлах конечноэлементной сетки.

Отметим, что вместо волнового уравнения, описывающего колебания натянутой нити, иногда для расчетов динамики подвески используется более сложная модель стержня Эйлера-Бернулли. В работе [6] рассматри-

вались обе эти возможности. Было показано, что расхождение результатов становится существенным только для колебаний высокой частоты, но, в то же время, в спектральном разложении колебаний характерного узла контактного провода доминируют низкочастотные компоненты с частотой менее 50 Гц. Высокочастотные компоненты начинают играть существенную роль лишь при приближении скорости токоприемника к критической.

Как уже отмечалось, струны работают только на растяжение, поэтому в процессе расчета жесткость любой струны следует учитывать только в том случае, когда струна растянута, и не включать жесткость струны в общую жесткость системы, если струна разгружена (не растянута). На каждом шаге по времени анализируется текущее напряженное состояние каждой струны и, если струна оказалась разгруженной, то ее жесткость исключается из глобальной матрицы жесткости. С учетом этого фактора уравнение (1) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{U}}{dt^2} + \mathbf{R} \mathbf{U} = -\mathbf{R}_S \mathbf{U}_0 + \mathbf{F}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{R} – текущая матрица жесткости, \mathbf{R}_S – часть ее, связанная с изменением состояния струн, \mathbf{U}_0 – вектор статического смещения подвески. Можно показать, что произведение $\mathbf{R}_S \mathbf{U}_0$ в правой части представляет собой силы натяжения исключаемых струн, которые были найдены при решении уравнений статики подвески.

Уравнение (2) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно компонент вектора \mathbf{U} . Для ее решения был применен обобщенный α -метод, который разработан именно в связи с применением метода конечных элементов к динамическим задачам механики [7]. С его помощью удастся добиться оптимального соотношения между точностью воспроизведения низких частот решения и численного демпфирования на высоких частотах. Последнее свойство представляет особый интерес, так как позволяет подавить вклад нефизических высокочастотных мод решения, которые обычно присутствуют в конечно-элементных моделях. Применяемый в ряде работ метод Ньюмарка [8] является частным случаем данного метода. Отметим, что на каждом шаге по времени приходится решать систему уравнений, аналогичную по трудоемкости задаче статики.

Если в правой части (2) положить $\mathbf{F} = \mathbf{0}$, возникает задача о свободных колебаниях подвески. Возбуждать колебания можно статическим или ударным воздействием. В первом случае контактный провод оттягивается в вертикальной плоскости и отпускается. При этом выводились колебания отдельной точки подвески в плоскости, перпендикулярной оси пути (фигуры Лиссажу) и, кроме того, определялся амплитудный Фурье-спектр возникших свободных колебаний (рис. 3). Характерной чертой спектра яв-

ляется ясно выраженный максимум на низкой частоте (для типовой контактной подвески КС-200-25 близкий к одному герцу). Заметим, что это соответствует первой собственной частоте колебаний контактного провода, если его закрепить на концах пролета. В случае ударного воздействия, приложенного вблизи закрепленной точки, на контактном проводе возникает импульс, распространяющийся со скоростью, близкой к критической скорости.

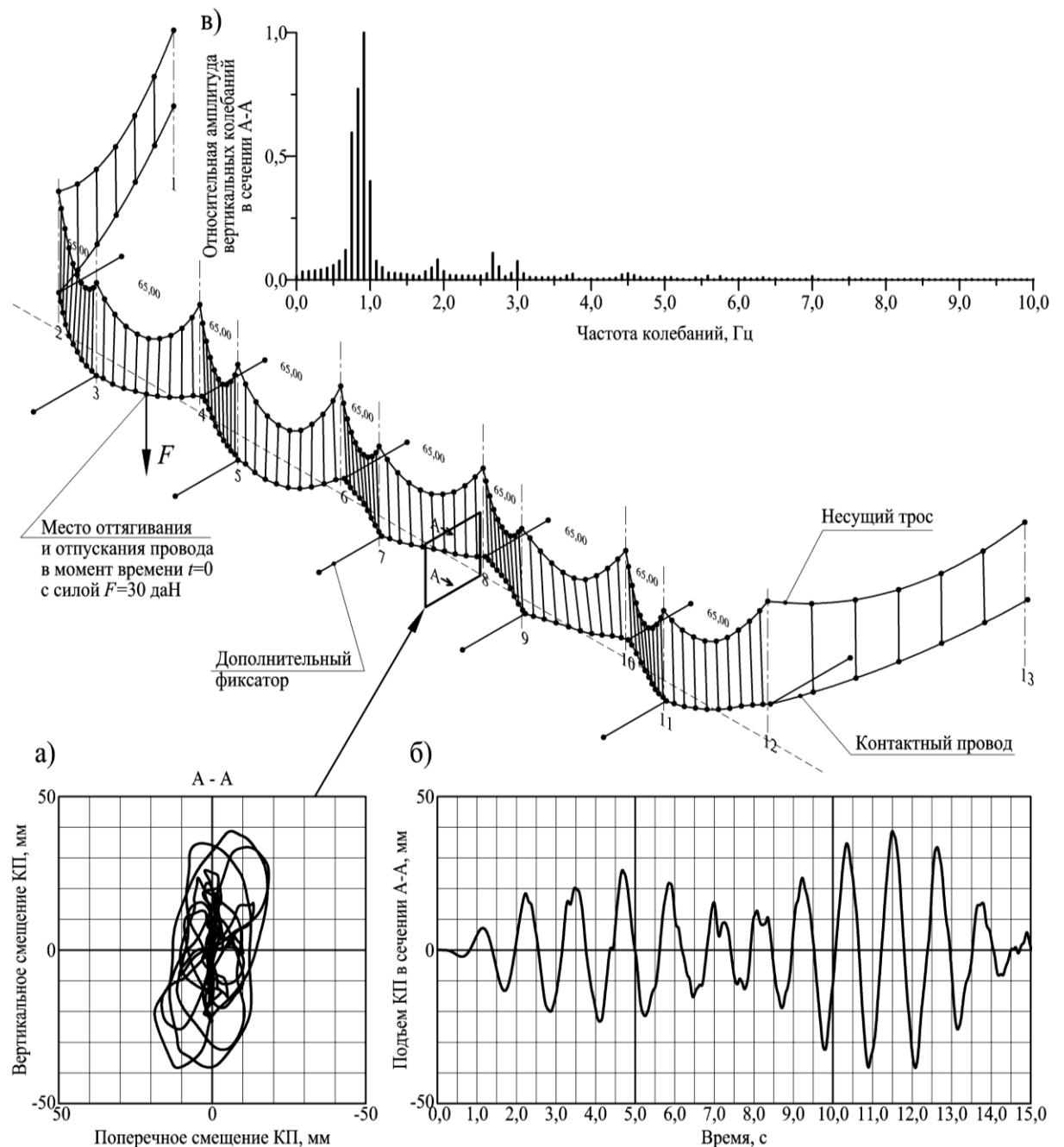


Рис. 3. Свободные колебания модели контактной подвески КС-200-25:
 а) – фигура Лиссажу, б) – зависимость вертикальных перемещений контактного провода в сечении А-А от времени, в) – спектр собственных частот

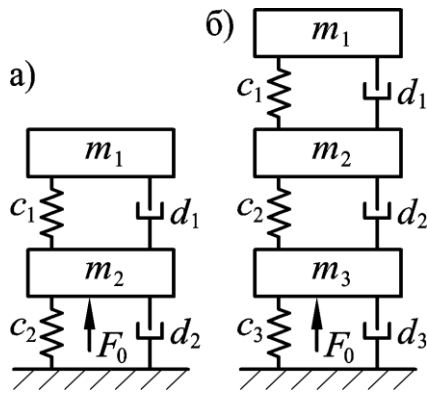


Рис. 4. Модели токоприемника:
 а) – двухмассовая,
 б) – трехмассовая

При наличии токоприемника сила F в правой части уравнения (2) определяется как результат взаимодействия между контактным проводом и токоприемником. Реальный токоприемник представляет собой нелинейную механическую систему, моделирование которой является достаточно сложной задачей. В работе [9] рассмотрен вариант решения такой задачи на основе представления токоприемника в виде многокомпонентной (multibody) модели. Однако во многих случаях для исследования взаимного влияния контактной подвески и

токоприемника достаточно использовать упрощенную модель с несколькими степенями свободы, состоящую из твердых тел и обеспечивающую основную возможную кинематику токоприемника. В данной работе рассматривалась модель токоприемника с сосредоточенными параметрами, состоящая из двух или трех масс, соединенных пружинами и демпферами (рис. 4). Она описывается соответствующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений колебательного движения масс с двумя или тремя степенями свободы.

При расчете взаимодействия контактного провода и токоприемника наиболее трудной частью является удовлетворение условию дополненности. Введем величину $\Delta(t) = v_c - v_p(t)$, где в правой части стоит разность между смещением контактного провода v_c и полоза токоприемника v_p в некоторый фиксированный момент времени, при этом положение токоприемника определяется горизонтальной координатой $x_p(t)$. Так как полз, находясь снизу от провода, не может физически пройти через него, то должно выполняться неравенство $\Delta(t) \geq 0$. При этом возможны два случая: или $\Delta(t) = 0$ и тогда возникает сила взаимодействия $F > 0$ (касание провода и токоприемника), или $\Delta(t) > 0$ и тогда $F = 0$ (касание отсутствует). Сформулированные условия записываются в виде равенства $F(t) \cdot \Delta(t) = 0$, которое в контактных задачах называется условием дополненности.

В данной работе условие дополненности реализуется через представление силы взаимодействия между контактным проводом и токоприемником в виде $F = -c(v_c - v_p) = -c\Delta$. Точного равенства $\Delta = 0$ в процессе вычислений выполнить не может. Если получается $\Delta > 0$, то подвеска и токоприемник не взаимодействуют друг с другом и рассчитываются независимо. Если $\Delta < 0$, то это означает возникновение нефизической ситуации, когда полз токоприемника «проник» сквозь провод. В таком случае

возникает сила $F > 0$, которая имитирует воздействие контактного провода на токоприемник, стремясь исправить возникшую ситуацию. С физической точки зрения такой подход моделирует жесткость возникающего контакта, с математической – это так называемый метод штрафа, а сила F – «штраф» за нарушение ограничения $\Delta(t) \geq 0$.

Сила, возникающая между контактным проводом и токоприемником, приложена в точке нахождения токоприемника в данный момент времени $x_p(t)$. Формально она представляется в виде $F\delta(x - x_p(t))$, где δ – дельта-функция Дирака. Если точка $x_p(t)$ совпадает с узлом конечноэлементной сетки, то вся сила оказывается сосредоточенной в данной точке. Если точка $x_p(t)$ оказывается между узлами, то в результате применения конечноэлементной процедуры сила перераспределяется между ними. При этом оказывается, что значения силы совпадают с реакциями балки, шарнирно опертой в узлах. Перемещения контактного провода, напротив, известны только в узлах, для их вычисления в точке $x_p(t)$ применялась линейная интерполяция на элементе, что согласуется с использованным конечноэлементным представлением.

Опишем алгоритм расчета одного шага по времени.

1. Перед расчетом очередного шага проверяем состояние струн и вычисляем первое слагаемое в правой части уравнения (2), одновременно модифицируя глобальную матрицу жесткости.

2. Вычисляем перемещение контактного провода в момент t_n , решая уравнение (2), где в правой части стоит сила F , вычисленная в соответствии с условием дополненности на предыдущем временном шаге. (На первом шаге полагаем силу равной статическому нажатию со стороны токоприемника).

3. Вычисляем перемещения масс токоприемника под действием той же силы, решая соответствующие уравнения движения.

4. Зная смещения контактного провода и масс токоприемника, вычисляем величину Δ и новую силу F . Если полученная сила $F < 0$, то полагаем $F = 0$.

5. Переходим к следующему временному шагу.

Расчет продолжается до тех пор, пока токоприемник не достигнет заданной конечной точки.

Предложенная математическая модель реализована в виде компьютерной программы на языке FORTRAN. За счет выбора рациональной нумерации узлов модели матрица коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений, решаемая на каждом шаге по времени, хранится в компьютерной памяти в ленточной кодиагональной форме, что позволяет сэкономить память и существенно уменьшить время расчета. Для решения системы линейных уравнений использован наиболее быстрый алгоритм на основе разложения Холецкого.

Входными данными для программы являются конструктивные параметры контактной подвески и токоприемника, параметры окружающей среды, скорость движения, а также параметры модели: шаг по времени и частота разбиения проводов на конечные элементы. Выходными данными являются положения всех узлов контактной подвески и элементов токоприемника в любой момент времени, а также контактное нажатие. Дополнительно выводятся параметры статистической обработки контактного нажатия в расчетных пролетах: среднее значение, стандартное отклонение, экстремальные значения, строится гистограмма контактного нажатия. Кроме того, выводятся значения максимального отжатия контактного провода под фиксаторами и процент искрений (процент потери контакта). Результаты расчета в графическом виде транслируются в систему AutoCAD. Дополнительно формируются анимационные ролики в формате *.avi.

Для валидации предложенного метода моделирования было выполнено сравнение результатов расчета динамического взаимодействия эталонных моделей токоприемника и контактной подвески с нормированными данными в соответствии с европейским стандартом EN 50318 [10].

Эталонная модель контактной подвески состояла из 10 одинаковых пролетов длиной 60 м. Эталонная модель токоприемника – двухмассовая. Параметры эталонных моделей приняты строго в соответствии со стандартом. Моделирование выполнялось при двух значениях скоростей движения электроподвижного состава $V_{ЭПС}$, равных 250 и 300 км/ч.

Результаты моделирования показаны на рис. 5. Значение контактного нажатия для статистической обработки снималось в двух пролетах (5-6 и 6-7). Как видно из представленных данных, результаты полностью соответствуют нормируемому.

В настоящее время авторы продолжают работу над совершенствованием рассмотренной модели с целью создания гибкого и универсального инструмента для решения практических задач, возникающих при разработке и проектировании контактной сети в компании УКС. Намечены следующие этапы развития модели УКС-СПБГПУ:

1. Реализация более сложных узлов контактной подвески таких как средние анкеровки, сопряжения анкерных участков, воздушные стрелки.

2. Добавление возможности моделирования взаимодействия контактной подвески с несколькими токоприемниками.

3. Реализация моделей токоприемников в виде многокомпонентных нелинейных динамических систем с учетом их реальной кинематики. Решение этой задачи предполагается в сотрудничестве с Омским государственным университетом путей сообщения (ОмГУПС), где в настоящее время разрабатываются детальные модели токоприемников с использованием системы Simulink [11].

4. Учет аэродинамических воздействий на элементы контактной подвески и токоприемников.

5. Учет колебаний крыши подвижного состава.

6. Валидация модели путем сопоставления результатов расчетов с данными натуральных экспериментов.

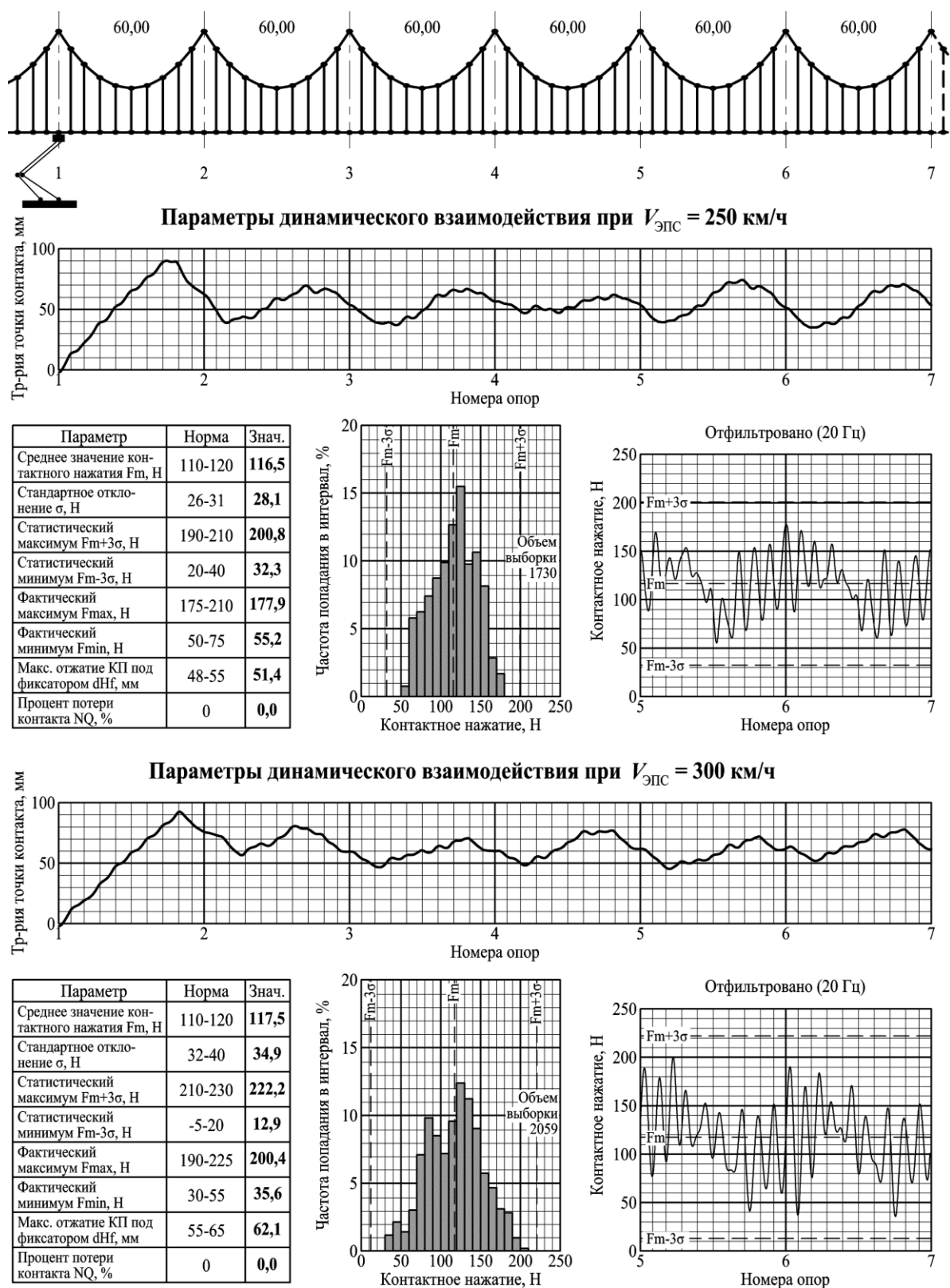


Рис. 5. Результаты расчета динамического взаимодействия эталонных моделей токоприемника и контактной подвески по стандарту EN 50318

Список литературы

1. **Kiessling F., Puschmann R., Schmieder A., Schneider E.** Contact Lines for Electric Railways: Planning, Design, Implementation, Maintenance. Second Edition. – Wiley, John & Sons, 2009. – 994 p.
2. **Poetsch G., Baldauf W., Schulze T.** Simulation der Wechselwirkung zwischen Stromabnehmer und Oberleitung // Elektrische Bahnen. – 2001. – No. 9. – P. 386–392.
3. **Cléon L.M., Bobillot A., Mentel J.P., Aziz E.** OSCAR: La caténaire en 3D // Revue Générale des Chemins de Fer. – 2006. – № 155.
4. **Галкин А. Г.** Теория и методы расчетов процессов проектирования и технического обслуживания контактной сети: дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.07: защищена 22.11.02 : утв. 05.12.03 / Галкин Александр Геннадьевич – Екатеринбург, 2002. – 370 с.
5. **Кудряшов Е. В.** Совершенствование механических расчетов контактных подвесок на основе статических конечноэлементных моделей: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.07: защищена 17.12.10: утв. 10.06.11 / Кудряшов Евгений Владимирович – СПб., 2010. – 187 с.
6. **Poetsch G., Evans J., Meisinger R., Kortum W., Baldauf W., Veitl A., Wallaschek J.** Pantograph/Catenary Dynamics and Control // Vehicle System Dynamics. – 1997. – № 28 (2-3). – P.159–195.
7. **Chung J., Hulbert G.** A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: The generalized- α method // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1993. – № 60. – P. 371–375.
8. **Rauter F.-G., Pombo J., Ambrosio J., Chalansonnet J., Bobilott A., Pereira M.** Contact Model for the Pantograph-Catenary Interaction // Journal of System Design and Dynamics. – 2007. – Vol. 1. № 3. – P. 447–457.
9. **Rauter F.-G., Pombo J., Ambrosio J., Pereira M.** Multibody Modeling of Pantographs for Pantograph-Catenary Interaction // Peter Eberhard (ed.), Multiscale Problems in Multibody System Contacts. – Springer, 2007. – P. 205–226.
10. **EN 50318:2002.** Railway applications – Current collection systems – Validation of simulation of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact line. – European Standard, CELENEC, 2002.
11. **Мещеряков В. А., Чертов Р. А.** Методика моделирования динамики токоприемника электроподвижного состава как механической системы // Актуальные проблемы проектирования и эксплуатации контактных подвесок и токоприемников электрического транспорта: сб. науч. статей с международным участием. – Омск, ОмГУПС, 2011. – С. 221–226.